

教科の本質に迫る数学科授業の工夫

廣田智明 末藤美妃 河本健二

1 数学科が目指す「夢中になって問い続ける生徒の姿」とは

本校数学科では、「夢中になって問い続ける生徒の姿」を「課題の解決に向け、目的に応じて数、式、図、表、グラフを用いて、論理的に考えたり、これまでに学んだことを活用して、統合的・発展的に追究しようとしたりするなど、納得のいくまで粘り強く取り組む姿」と考えています。私たちは、「条件を変えたらどうなるのだろう?」「どうすればいつでも正しいことを示せるのだろう?」など問いを持ちながら、その問いを、数学を使って解決していくことのできる生徒の育成を目指しています。

2 「夢中になって問い続ける生徒」を育成するために

「夢中になって問い続ける生徒」を育成するためには、教科の本質に迫ることははずせません。私たちは、「教科の本質」を「事象を数学的に捉え、論理的、統合的・発展的に考えること」と捉え、上述した生徒の育成のために、教科の本質に迫る授業の工夫に取り組んでいくことにしました。

昨年度より、私たちは各単元のまとめとなる授業に焦点を絞って研究を進めています。学んだことを活用しながら課題を解決したり、解決した過程を振り返って新たな問いを見だし、その解決を目指したりする授業が、もっとも教科の本質に迫ることができる授業だと考えるからです。また、単元の最後にどのような授業を行うのかをはっきりさせることで、単元で指導する内容を明確にすることができます。単元のまとめとなる授業を、教科の本質により迫る授業にするために、私たちは学習課題の工夫と学習展開の工夫に取り組んでいます。

(1) 学習課題の工夫

生徒が、「なぜいつも同じ結果になるんだろう?」「一つも例外はないの?」「どうやったらいつも成り立つことを示せるんだろう?」というように問いを深めながら、教科の本質に迫っていくために、私たちは学習課題が重要であると考えます。解決して終わりではなく、そこからさらに新たな問いを見だし、追究できるような課題であれば、教科の本質により迫ることができるからです。そこで、どのような視点で問いを見だし、課題を追究していくことが大切であるかを考え、【問いの視点】

問いの視点	なぜ、そうなるのか?
	本当に正しいと言えるのか?
	いつでも成り立つ(成り立たない)のか?
	もっと簡単にできないか?
	きまりや規則性はないか?
	共通点は? 関連性はないか?
	他の方法はないか?
	条件を変えたらどうなるか?
他にわかることはないか?	

資料1 問いの視点

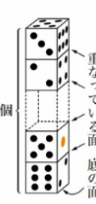
として整理しました(資料1)。そして、この【問いの視点】に基づき、3年間を見通してつながりを意識した課題をつくるようにしています。また、生徒の課題解決への意欲を高めるために、生徒が「おや、思っていたのと違うぞ」のように意外性や不思議さを感じ、「やってみたい」「できるかもしれない」と思うような要素を含ませることも意識して課題をつくっています。

第1学年「文字と式の利用」の課題づくりを紹介します。教科書では、さいころの目の数の合計を答える課題(資料2)として示されています。しかし、これでは目の数の合計を求めて終わってしまいます。そこで、課題を「さいころをいくつか使って31になるようにしなさい」と工夫しました(資料3)。こ

のような課題にすることで、生徒はさいころを操作しながら、どうやっても31がつかれないことを実感し、「なぜつかれないのだろう?」から「どうやったらつかれないことを示すことができるだ

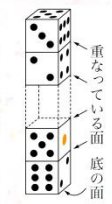
かかっている面の目の数の和は?

右の図のように、 n 個のさいころが重なっているとき、さいころが重なっている面の目と、いちばん下のさいころの底の面の目の数をすべてたすと、いくつになるでしょうか。



資料2 教科書の課題提示

Q 立方体のさいころがあります。1番上のさいころは右図のように、上の面が5になるようにおきます。その下に右図のように、何個かのさいころが重なっています。さいころが重なっている面の目と、いちばん下のさいころの底の面の目の数をすべてたして31になるようにつくりなさい。



資料3 工夫した課題

ろう？」のように見方・考え方を働かせた問いへと深めながら、文字を用いることのよさを実感し、その必要性や意味を理解することにつながっていくのです。

(2) 学習展開の工夫

教科の本質に迫る授業のために、意識して新たな問いを追究する場を位置付けた授業展開に取り組んでいます。しかし、新たな問いを追究する場を位置付けただけでは、生徒自らが問いを見だし追究していくことは難しいでしょう。そこで、まずは追究する経験をさせるために教師が意図的に新たな問いの方向性を示すようにしています。そして、学年が上がるにつれて、教師が新たな問いを示す機会を減らしていき、生徒自身で新たな問いを見だし、追究するような授業展開にしています。また、問いを深めるための手立てとして、【問いの視点】を生徒に提示し、共有しています。

振3 り返 りの 視点 に基づ いた	できる	学習した内容はどんなことか？ 何ができるようになったか？
	つなぐ	これまでに学習した内容や考え方とつながることは何か？
	生かす	学習した内容や考え方は、どこでどのように生かせそうか？

資料4 3つの視点に基づいた振り返り

さらに、問いを深めるための振り返りを充実させるために、本校のこれまでの研究成果の一つである【3つの視点に基づいた振り返り】を参考に振り返りを行わせています(資料4)。これらに加えて、授業内容をまとめ直し、その内容を発展させ自分で立てた問いを課題として追究するという数学レポートに取り組ませています。

第2学年「連立方程式の利用」の授業では、連立方程式の解が問題に適さない課題を扱いました。課題の解決後の振り返りで、それまでは内容面の振り返りしか書いていなかった生徒が「解が問題に合わず、その問題の答えがないとなったときに、それで終わらせるのではなく、なぜ合わないのか、どうすれば解が問題に適するのか、などを考えていきたいと思います。」と振り返っていました。そこで、この問いを学級全体の課題として追究する場を設定し、その後、数学レポートに取り組ませました。生徒自身で問いを深めていく姿が見られた場面でした。また、第3学年「平方根の利用」の授業では「A4の紙に描かれた校章をA3の紙に拡大印刷するには、拡大倍率を何倍にすればよいか」という課題を設定し、授業後に数学レポートに取り組みせました。

資料5はある生徒がまとめたレポートの一部です。この生徒は、授業内容をまとめた後、「A3はA4のちょうど2枚分という条件を変えて、ちょうど4枚分だったらどうなるだろう」と追究していました。さらにここで終わらず、「条件を変えても、いつでも言えることはないだろうか？」と考え、文字を用いた一般化に取り組んでいました。このような「夢中になって問い続ける生徒」の育成を目指し、今後も研究を進めていきたいと思っています。

次に私は次のような問いを定めました。

DはCの4枚分であり、CとDは同じ形。

このとき、CからDに拡大印刷するなら、何倍にすれば良いか。また、C、Dの辺の比は何か。

これに対して、私はこのように考えました。

左の図のように、Cの横を x 、縦を y 、Dの横を $4x$ 、縦を $2y$ とする。
 C から D まで、横は、 $x \times 4 = 4x$ 、 $4 = \frac{4x}{x}$ 倍、縦は、 $y \times 2 = 2y$ 、 $2 = \frac{2y}{y}$ 倍。
 形が同じなので、 $\frac{x}{4x} = \frac{y}{2y}$ 、 y について解くと、 $y^2 = 4x^2$ 。
 x を1として計算すると、 $y^2 = 4$ 、 $y = 2$ 、 $\frac{2}{1}$ 倍。
 C は右の図より、縦=横=2:1、 D は、 8 : 4 =2:1

↓ 新たな問いをさらに追究

これまで、2枚分と定めている紙では、 $\sqrt{2}$ 倍、4枚分ならば、2倍($\sqrt{2}$ 倍)と定めていることから、何枚分なのかによって、 x の数に根号をつけて数を拡大するのでは何かと予想しました。そして、文字で考えました。(FはEの a 枚分、EとFは同じ形)

左の図のように、Eの縦を y 、横を x 、Fの縦を ay 、横を ax とする。
 C から D まで拡大するとき、横は、 $x \times a = ax$ 、 $a = \frac{ax}{x}$ 倍、
 縦は、 $y \times a = ay$ 、 $a = \frac{ay}{y}$ 倍。
 形が同じなので、 $\frac{x}{ax} = \frac{y}{ay}$ 、 y について解くと、 $y^2 = ax^2$ 。
 x を1として考える。 $y^2 = a$ 、 $y = \sqrt{a}$ 。
 よって、 \sqrt{a} 倍に拡大すると良い。

このことから、縦 x 、横 y の紙の a 枚分の紙に、拡大印刷するとき、 \sqrt{a} 倍すると良い、ということになりました。

資料5 数学レポートでの追究

<主な参考文献>

- 文部科学省：中学校学習指導要領解説数学編，2018
- 熊本大学教育学部附属中学校：令和元年度研究紀要，2019
- 熊本大学教育学部附属中学校：平成30年度研究紀要，2018
- 熊本大学教育学部附属中学校数学科：思考力・表現力がぐんぐんのびる！数学レポート実践集，明治図書，2011